Poisson surface reconstruction creates watertight surfaces from oriented point sets. In this work we extend the technique to explicitly incorpórate the points as interpolation constraints. The extension can be interpreted as a generalization of the underlying mathematical framework to a screened Poisson equation. In contrast to other image and geometry processing techniques, the screening term is defined over a sparse set of points rather than over the full domain. We show that these sparse constraints can nonetheless be integrated efficiently. Because the modified linear system retains the same finite-element discretization, the sparsity structure is unchanged, and the system can still be solved using a multigrid approach. Moreover we present several algorithmic improvements that together reduce the time complexity of the solver to linear in the number of points, thereby enabling faster, higher-quality surface reconstructions

La reconstrucción de la superficie de Poisson crea superficies estancas a partir de conjuntos de puntos orientados. En este trabajo ampliamos la técnica para incorporar explícitamente los puntos como restricciones de interpolación. La extensión puede interpretarse como una generalización del marco matemático subyacente a una ecuación de Poisson filtrada. A diferencia de otras técnicas de procesamiento de imágenes y geometría, el término de cribado se define sobre un conjunto escaso de puntos en lugar de sobre el dominio completo. Demostramos que estas restricciones dispersas se pueden integrar de manera eficiente. Debido a que el sistema lineal modificado retiene la misma discretización de elementos finitos, la estructura de dispersión no cambia y el sistema aún puede resolverse utilizando un enfoque de cuadrícula múltiple. Además, presentamos varias mejoras algorítmicas que juntas reducen la complejidad temporal del solucionador a lineal en el número de puntos, lo que permite reconstrucciones de superficie más rápidas y de mayor calidad.

Poisson surface reconstruction [Kazhdan et al. 2006] is a well known technique for creating watertight surfaces from oriented point samples acquired with 3D range scanners. The technique is resilient to noisy data and misregistration artifacts. However, as noted by several researchers, it suffers from a tendency to over-smooth the data [Alliez et al. 2007; Manson et al. 2008; Calakli and Taubin 2011; Berger et al. 2011; Digne et al. 2011]. In this work, we explore modifying the Poisson reconstruction algorithm to incorporate positional constraints. This modification is inspired by the recent reconstruction technique of Calakli and Taubin [2011]. It also relates to recent work in image and geometry processing [Nehab et al. 2005; Bhat et al. 2008; Chuang and Kazhdan 2011], in which a data fidelity term is used to “screen” the associated Poisson equation. In our surface reconstruction context, this screening term corresponds to a soft constraint that encourages the reconstructed isosurface to pass through the input points. The approach we propose differs from the traditional screened Poisson formulation in that the position and gradient constraints are defined over different domain types. Whereas gradients are constrained over the full 3D space, positional constraints are introduced only over the input points, which lie near a 2D manifold. We show how these two types of constraints can be efficiently integrated, so that we can leverage the original multigrid structure­­ to solve the linear system without incurring a significant overhead in space or time.

Reconstrucción de superficie de Poisson [Kazhdan et al. 2006] es una técnica bien conocida para crear superficies estancas a partir de muestras de puntos orientados adquiridas con escáneres de rango 3D. La técnica es resistente a datos ruidosos y artefactos de registro erróneo. Sin embargo, como lo señalan varios investigadores, tiene una tendencia a suavizar demasiado los datos [Alliez et al. 2007; Manson y col. 2008; Calakli y Taubin 2011; Berger y col. 2011; Digne y col. 2011]. En este trabajo, exploramos la modificación del algoritmo de reconstrucción de Poisson para incorporar restricciones posicionales. Esta modificación está inspirada en la técnica de reconstrucción reciente de Calakli y Taubin [2011]. También se relaciona con trabajos recientes en procesamiento de imágenes y geometría [Nehab et al. 2005; Bhat y col. 2008; Chuang y Kazhdan 2011], en el que se utiliza un término de fidelidad de datos para "filtrar" la ecuación de Poisson asociada. En nuestro contexto de reconstrucción de superficie, este término de detección corresponde a una restricción suave que alienta a la isosuperficie reconstruida a pasar a través de los puntos de entrada. El enfoque que proponemos difiere de la formulación tradicional de Poisson filtrada en que las restricciones de posición y gradiente se definen sobre diferentes tipos de dominio. Mientras que los gradientes están restringidos en todo el espacio 3D, las restricciones posicionales se introducen solo sobre los puntos de entrada, que se encuentran cerca de una variedad 2D. Mostramos cómo estos dos tipos de restricciones pueden integrarse de manera eficiente, de modo que podamos aprovechar la estructura multigrid original para resolver el sistema lineal sin incurrir en una sobrecarga significativa en el espacio o el tiempo.

To demonstrate the benefits of screening, Figure 1 compares results of the traditional Poisson surface reconstruction and the screened  
Poisson formulation on a subset of 11.4M points from the scan of Michelangelo’s David [Levoy et al. 2000]. Both reconstructions are  
computed over a spatial octree of depth 10, corresponding to an effective voxel resolution of 10243. Screening generates a model that better captures the input data (as visualized by the Surface cross-sections overlaid with the projection of nearby samples), even though both reconstructions have similar complexity (6.8M and 6.9M triangles respectively) and required similar processing time (230 and 272 seconds respectively, without parallelization).1 Another contribution of our work is to modify both the octree structure and the multigrid implementation to reduce the time complexity of solving the Poisson system from log-linear to linear in the number of input points. Moreover we show that hierarchical point clustering enables screened Poisson reconstruction to attain  
this same linear complexity

Para demostrar los beneficios del cribado, la Figura 1 compara los resultados de la reconstrucción tradicional de la superficie de Poisson y el cribado

Formulación de Poisson en un subconjunto de 11,4 millones de puntos del escaneo del David de Miguel Ángel [Levoy et al. 2000]. Ambas reconstrucciones se calculan sobre una distancia espacial de 10 pulgadas, correspondiente a una resolución de voxel efectiva de 10243. La detección genera un modelo que captura mejor los datos de entrada (como se visualiza en las secciones transversales de la superficie superpuestas con la proyección de muestras cercanas), incluso aunque ambas reconstrucciones tienen una complejidad similar (triángulos de 6.8M y 6.9M respectivamente) y requirieron un tiempo de procesamiento similar (230 y 272 segundos respectivamente, sin paralelización) .1 Otra contribución de nuestro trabajo es modificar tanto la estructura de octree como la implementación de multirredes para reducir La complejidad temporal de resolver el sistema de Poisson de log-lineal a lineal en el número de puntos de entrada. Además, mostramos que la agrupación jerárquica de puntos permite que la reconstrucción de Poisson selectiva alcance

esta misma complejidad lineal

Reconstructing surfaces from scanned points is an important and extensively studied problem in computer graphics. The numerous approaches can be broadly categorized as follows.

Reconstruir superficies a partir de puntos escaneados es un problema importante y ampliamente estudiado en gráficos por computadora. Los numerosos enfoques se pueden clasificar en términos generales de la siguiente manera.

**Combinatorial Algorithms.** Many schemes form a triangulation using a subset of the input points [Cazals and Giesen 2006]. Space is often discretized using a tetrahedralization or a voxel grid, and the resulting elements are partitioned into inside and  
outside regions using an analysis of cells [Amenta et al. 2001; Boissonnat and Oudot 2005; Podolak and Rusinkiewicz 2005],  
eigenvector computation [Kolluri et al. 2004], or graph cut [Labatut et al. 2009; Hornung and Kobbelt 2006].

Algoritmos combinatorios. Muchos esquemas forman una triangulación usando un subconjunto de los puntos de entrada [Cazals y Giesen 2006]. El espacio a menudo se discretiza usando una tetraédrica o una cuadrícula de vóxel, y los elementos resultantes se dividen en el interior y regiones externas usando un análisis de células [Amenta et al. 2001; Boissonnat y Oudot 2005; Podolak y Rusinkiewicz 2005], cálculo de vectores propios [Kolluri et al. 2004], o corte gráfico [Labatut et al. 2009; Hornung y Kobbelt 2006].

**Implicit Functions.** In the presence of sampling noise, a common approach is to fit the points using the zero set of an implicit function, such as a sum of radial bases [Carr et al. 2001] or piecewise polynomial functions [Ohtake et al. 2005; Nagai et al. 2009]. Many techniques estimate a signed-distance function [Hoppe et al. 1992; Bajaj et al. 1995; Curless and Levoy 1996]. If the input points are  
unoriented, an important step is to correctly infer the sign of the resulting distance field [Mullen et al. 2010].

Funciones implícitas En presencia de ruido de muestreo, un enfoque común es ajustar los puntos utilizando el conjunto de cero de una función implícita, como una suma de bases radiales [Carr et al. 2001] o funciones polinomiales por partes [Ohtake et al. 2005; Nagai y col. 2009]. Muchas técnicas estiman una función de distancia con signo [Hoppe et al. 1992; Bajaj y col. 1995; Curless y Levoy 1996]. Si los puntos de entrada son desorientado, un paso importante es inferir correctamente el signo del campo de distancia resultante [Mullen et al. 2010].

Our work extends Poisson surface reconstruction [Kazhdan et al.2006], in which the implicit function corresponds to the model’s indicator function *χ*. The function *χ* is often defined to have value 1 inside and value 0 outside the model. To simplify the derivations, in  
this paper we define *χ* to be 12 inside and *−*21 outside, so that its *zero* isosurface passes near the points. The function *χ* is solved using a  
Laplacian system discretized over a multiresolution B-spline basis, as reviewed in Section 3.

Nuestro trabajo extiende la reconstrucción de la superficie de Poisson [Kazhdan et al.2006], en la que la función implícita corresponde a la función del indicador del modelo χ. La función χ a menudo se define para tener un valor 1 dentro y un valor 0 fuera del modelo. Para simplificar las derivaciones, en En este artículo definimos χ como 1/2 adentro y −1/2 afuera, de modo que su isosuperficie cero pase cerca de los puntos. La función χ se resuelve utilizando un Sistema laplaciano discretizado sobre una base B-spline multirresolución, como se revisó en la Sección 3.

Alliez et al. [2007] form a Laplacian system over a tetrahedralization, and constrain the solution’s biharmonic energy; the desired function is obtained as the solution to an eigenvector problem. Manson et al. [2008] represent the indicator function *χ* using a wavelet basis, and efficiently compute the basis coefficients using simple local sums over an adapted octree. Calakli and Taubin [2011] optimize a signed-distance function to have value zero at the points, have derivatives that agree with the point normals, and minimize a Hessian smoothness norm. The resulting optimization involves a bilaplacian operator, which requires estimating derivatives of higher order than in the Laplacian. The reconstructed surfaces are shown to have good accuracy, strongly suggesting the importance of explicitly fitting the points within the optimization. This motivated us to explore whether a Laplacian system could be extended in this respect, and also be compatible with a multigrid solver.

Alliez y col. [2007] forman un sistema laplaciano sobre una tetraédrica y limitan la energía biharmónica de la solución; la función deseada se obtiene como la solución a un problema de vector propio. Manson y col. [2008] representa la función del indicador χ utilizando una base wavelet, y calcula eficientemente los coeficientes básicos utilizando sumas locales simples sobre un octree adaptado. Calakli y Taubin [2011] optimizan una función de distancia con signo para tener un valor cero en los puntos, tienen derivados que concuerdan con los puntos normales y minimizan una norma de suavidad de Hesse. La optimización resultante implica un operador bilaplaciano, que requiere estimar derivados de orden superior que en el Laplaciano. Se muestra que las superficies reconstruidas tienen una buena precisión, lo que sugiere la importancia de ajustar explícitamente los puntos dentro de la optimización. Esto nos motivó a explorar si un sistema laplaciano podría extenderse a este respecto, y también si es compatible con un solucionador multirredes.